

# MATEMATIKA 9

**M9PAD24C0T01**

## DIDAKTICKÝ TEST

Počet úloh: 16

Maximální bodové hodnocení: 50

Povolené pomůcky: pouze psací a rýsovací potřeby

Jméno a příjmení:

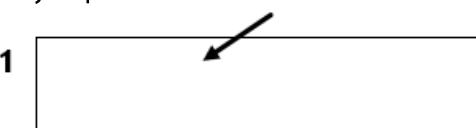
### **1 Základní informace k zadání zkoušky**

- Časový limit pro řešení didaktického testu je uveden na záznamovém archu.
- U každé úlohy je uveden maximální počet bodů.
- Za neuvedené řešení úlohy či za nesprávné řešení úlohy jako celku se neudělují záporné body.
- Odpovědi pište do záznamového archu.
- Poznámky si můžete dělat do testového sešitu, nebudou však předmětem hodnocení.
- Didaktický test obsahuje otevřené a uzavřené úlohy. Uzavřené úlohy obsahují nabídku odpovědí. U každé takové úlohy nebo podúlohy je právě jedna odpověď správná.
- Na začátku testového sešitu najdete vybrané vzorce a vztahy.

### **2 Pravidla správného zápisu odpovědí**

- Řešení úloh zapisujte do záznamového archu modré nebo černé písící propisovací tužkou, která píše dostatečně silně a nepřerušovaně.
- Nejednoznačný nebo nečitelný zápis odpovědi bude považován za chybné řešení.
- V konstrukčních úlohách rýsujte tužkou a následně vše obtáhněte propisovací tužkou.
- Hodnoceny budou pouze odpovědi uvedené v záznamovém archu.

### **2.1 Pokyny k otevřeným úlohám**

- Výsledky pište čitelně do vyznačených bílých polí.  
  
1
- Pokud budete chtít provést opravu, původní zápis přeškrtněte a nový uveďte do stejného pole.
- Je-li požadován celý postup řešení, uveďte jej do záznamového archu. Pokud uvedete pouze výsledek, nebudou vám přiděleny žádné body.
- Zápis uvedené mimo vyznačená bílá pole nebudou hodnoceny.

### **2.1 Pokyny k uzavřeným úlohám**

- Odpověď, kterou považujete za správnou, zřetelně zakřížkujte v příslušném bílém poli záznamového archu, a to přesně z rohu do rohu dle obrázku.



- Pokud budete chtít následně zvolit jinou odpověď, pečlivě zabarvěte původně zakřížkané pole a zvolenou odpověď vyznačte křížkem do nového pole.



- Jakýkoliv jiný způsob záznamu odpovědí a jejich oprav bude považován za nesprávnou odpověď.

**TESTOVÝ SEŠIT NEOTVÍREJTE, POČKEJTE NA POKYN!**

**Druhé mocniny čísel 11–20:**

$$11^2 = 121$$

$$12^2 = 144$$

$$13^2 = 169$$

$$14^2 = 196$$

$$15^2 = 225$$

$$16^2 = 256$$

$$17^2 = 289$$

$$18^2 = 324$$

$$19^2 = 361$$

$$20^2 = 400$$

**Přibližné hodnoty čísla  $\pi$ :**

$$\pi \doteq 3,14$$

$$\pi \approx \frac{22}{7}$$

**Rozklad na součin:**

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b) \cdot (a + b)$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b) \cdot (a - b)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b) \cdot (a - b)$$

**Obvod a obsah kruhu o poloměru  $r$ :**

$$o = 2\pi r$$

$$S = \pi r^2$$

V úlohách 1, 2, 4.1, 4.2, 6, 7 a 8 přepište do záznamového archu pouze výsledky.

1 bod

- 1 Pět švadlen, které šijí oblečení, pracují stejným tempem. Tyto švadleny splní danou zakázku za 24 hodin.

Za jakou dobu splní o polovinu větší zakázku čtyři švadleny?

↓  
5 švadlen      24 h ↑ 100% zakázky  
4 švadleny      x h      100% zakázky  
tím více švadlen, tím méně času

$$x = 24 \cdot \frac{5}{4}$$

$$x = 30 \text{ h}$$

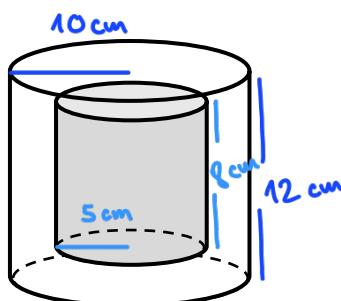
4 švadleny      30 h ↑ 100% zak.  
4 švadleny      x h      100 + 50% = 150% zak.  
více času, více zakázek

$$x = 30 \cdot \frac{150}{100}$$

$$\underline{\underline{x = 45}}$$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 2

Skleněné těžítko má tvar rotačního válce s poloměrem podstavy 10 cm a výškou 12 cm. Vnější část těžítka je z čirého skla, uvnitř je část z modrého skla, která má také tvar rotačního válce, a to s poloměrem podstavy 5 cm a výškou 8 cm.



2 body

- 2 Vypočítejte objem čirého skla v těžítku.

Výsledek zaokrouhlete na desítky  $\text{cm}^3$ . Pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla  $\pi$  z tabulky na začátku testového sešitu.

$$V = 10^2 \cdot 3,14 \cdot 12 = 3768 \text{ cm}^3$$

$$V = 5^2 \cdot 3,14 \cdot 8 = 628 \text{ cm}^3$$

$$3768 - 628 = \underline{\underline{3140 \text{ cm}^3}}$$

max. 4 body

3 Vypočítejte a výsledek zapište zlomkem v základním tvaru.

Do záznamového archu uveděte u obou podúloh celý postup řešení.

$$\begin{aligned} 3.1 \quad & \left(2 : \frac{3}{2}\right) : \frac{1}{2} + \left(\frac{5}{6} : \frac{3}{4}\right) : \frac{2}{3} = \left(\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{1} + \left(\frac{5}{6} \cdot \frac{4}{3}\right) \cdot \frac{3}{2} = \\ & = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} + \frac{20}{18} \cdot \frac{3}{2} = \\ & = \frac{8}{3} + \frac{10}{3} = \underline{\underline{\frac{18}{3}}} \end{aligned}$$

$$3.2 \quad \frac{\frac{13}{10} - 1,4}{\frac{2}{15} + \frac{1}{6}} = \frac{\frac{13}{10} - \frac{14}{10}}{\frac{4}{30} + \frac{5}{30}} = \frac{-\frac{1}{10}}{\frac{9}{30}} = -\frac{1}{10} \cdot \frac{30}{9} = -\frac{3}{9} = \underline{\underline{-\frac{1}{3}}}$$

max. 4 body

4 Proveďte úpravu výrazů.

4.1 Zjednodušte (výsledný výraz nesmí obsahovat závorky):

$$\left(a - \frac{a}{4}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{16} = \frac{16}{16}a^2 - \frac{8}{16}a^2 + \frac{1}{16}a^2 = \underline{\underline{\frac{9}{16}a^2}}$$

4.2 Rozložte na součin podle vzorce:

$$9a^2 - 16 = \underline{\underline{(3a-4)(3a+4)}}$$

4.3 Zjednodušte a výsledek rozložte na součin vytýkáním:

$$\begin{aligned} (c-5) \cdot (2-3c) \square (c-2c) \cdot 3c \square c \cdot 7 &= 2c - 3c^2 - 10 + 15c - 3c \cdot (-c) - 7c = \\ &= \underline{\underline{2c-3c^2-10+15c+3c^2-7c}} = \\ &= 10c - 10 = \underline{\underline{10(c-1)}} \end{aligned}$$

Do záznamového archu uveděte u podúlohy 4.3 celý postup řešení.

## 5 Řešte rovnice.

Do záznamového archu uveďte u obou podúloh celý postup řešení.

Zkoušku nezapisujte.

5.1  $2 \cdot (x+4) - 3 \cdot (x+1)^2 = x \cdot (2 - 3x)$

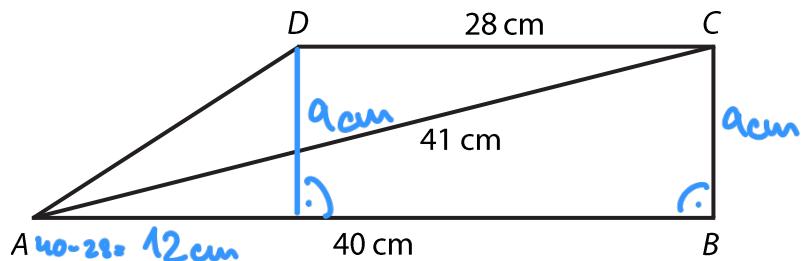
$$\begin{aligned} -2x - 8 - 3(x^2 + 2x + 1) &= 2x - 3x^2 \\ \underline{-2x - 8 - 3x^2 - 6x - 3} &= \underline{2x - 3x^2} \\ -10x = 11 &\quad | :(-10) \\ x = -\frac{11}{10} & \end{aligned}$$

5.2  $6 - \frac{3-2y}{5} \cdot 2 = 4y$

$$\begin{aligned} 6 + \frac{-2 \cdot (3-2y)}{5} &= 4y \\ 6 + \frac{-6+4y}{5} &= 4y \quad | \cdot 5 \\ 30 - 6 + 4y &= 20y \\ -16y = -24 &\quad | :(-16) \\ y = \frac{24}{16} & \\ y = \frac{3}{2} & \end{aligned}$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 6

Pravoúhlý lichoběžník  $ABCD$  se základnami  $AB$  a  $CD$  má pravý úhel při vrcholu  $B$ . Základna  $AB$  má délku 40 cm, základna  $CD$  délku 28 cm a úhlopříčka  $AC$  délku 41 cm.



max. 4 body

**6**

6.1 Vypočítejte obsah lichoběžníku  $ABCD$ .

Výsledek uveďte v  $\text{cm}^2$ .

$$c^2 = b^2 + a^2$$

$$41^2 = 40^2 + a^2$$

$$1681 = 1600 + a^2$$

$$a^2 = 1681 - 1600$$

$$a^2 = 81$$

$$a = 9 \text{ cm}$$

$$S = \frac{a+c}{2} \cdot v$$

$$S = \frac{40+28}{2} \cdot 9$$

$$\underline{\underline{S = 306 \text{ cm}^2}}$$

6.2 Vypočítejte délku ramene  $AD$ .

Výsledek uveďte v cm.

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 9^2 + 12^2$$

$$c = \sqrt{81+144}$$

$$c = \sqrt{225}$$

$$c = \underline{\underline{15 \text{ cm}}}$$

**max. 4 body**

- 7 Žáci třídy 8. B se dělí na dvě skupiny podle toho, zda chodí na němčinu nebo na angličtinu. V obou skupinách je stejný počet žáků. Ve třídě je 14 chlapců a 5 z nich chodí na angličtinu. Na němčinu chodí 4 dívky.

- 7.1 **Kolik dívek celkem chodí na angličtinu?**

$$\begin{array}{l} \text{AJ} \\ 14 \text{ CH} \\ D \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{NJ} \\ 5 \\ 14-5=9 \\ \underline{13-5=8} \end{array}$$

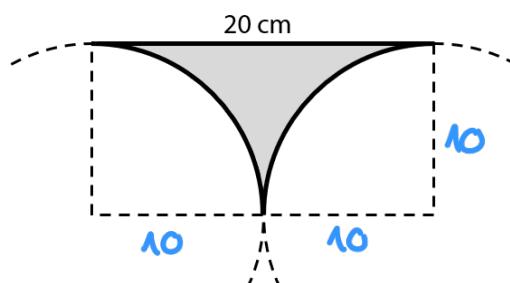
$$\begin{aligned} \text{AJ} &= \text{NJ} \\ \text{AJ} &= 9+4 \\ \text{AJ} &= 13 = \text{NJ} \end{aligned}$$

- 7.2 **Kolik má třída 8. B celkem žáků?**

$$5+9+8+4 = \underline{\underline{26}}$$

### VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 8

Šedý obrazec je ohrazen úsečkou délky 20 cm a dvěma shodnými čtvrtkružnicemi.



**max. 4 body**

V podúlohách 8.1 a 8.2 pro výpočet použijte zaokrouhlenou hodnotu čísla  $\pi$  z tabulky na začátku testového sešitu.

- 8.1 **Vypočítejte obsah šedého obrazce.**

Výsledek uveďte v  $\text{cm}^2$  a zaokrouhlete ho na celé  $\text{cm}^2$ .

$$\begin{aligned} S &= S_{\square} - \frac{2}{4} S_0 \\ &10 \cdot 20 - \frac{2}{4} \cdot 10^2 \cdot 3,14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} S &= 200 - \frac{1}{2} \cdot 3,14 \\ &S = 200 - 157 \\ &\underline{\underline{= 43 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$

- 8.2 **Vypočítejte obvod šedého obrazce.**

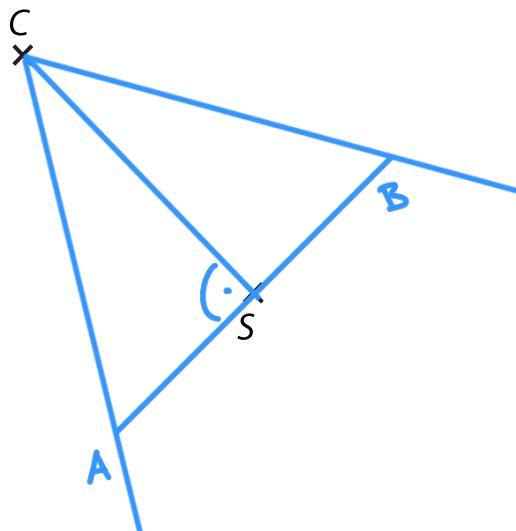
Výsledek uveďte v cm a zaokrouhlete ho na celé cm.

$$\begin{aligned} O &= 20 + \frac{2}{4} \cdot 10 \cdot 3,14 \\ O &= 20 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 10 \cdot 3,14 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O &= 20 + 31,4 \\ O &= \underline{\underline{51,4 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 9

V rovině leží body  $C$  a  $S$ . Bod  $C$  je vrchol rovnostranného trojúhelníku  $ABC$ .  
Bod  $S$  je středem strany  $AB$ .

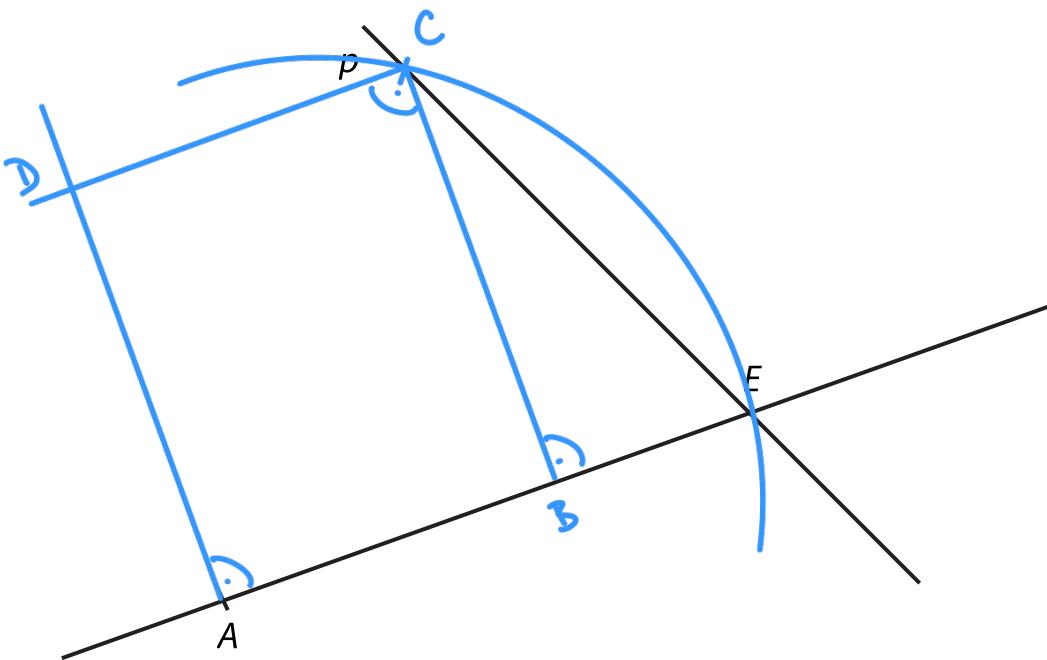


max. 3 body

- 9    **Sestrojte vrcholy  $A$ ,  $B$  rovnostranného trojúhelníku  $ABC$  a trojúhelník naryšujte.**  
V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 10

V rovině leží přímka  $AE$  a přímka  $p$  procházející bodem  $E$ . Bod  $A$  je vrchol obdélníku  $ABCD$ . Vrchol  $B$  leží na přímce  $AE$  a vrchol  $C$  na přímce  $p$ . Úhlopříčka  $BD$  obdélníku  $ABCD$  má stejnou délku jako úsečka  $AE$ .



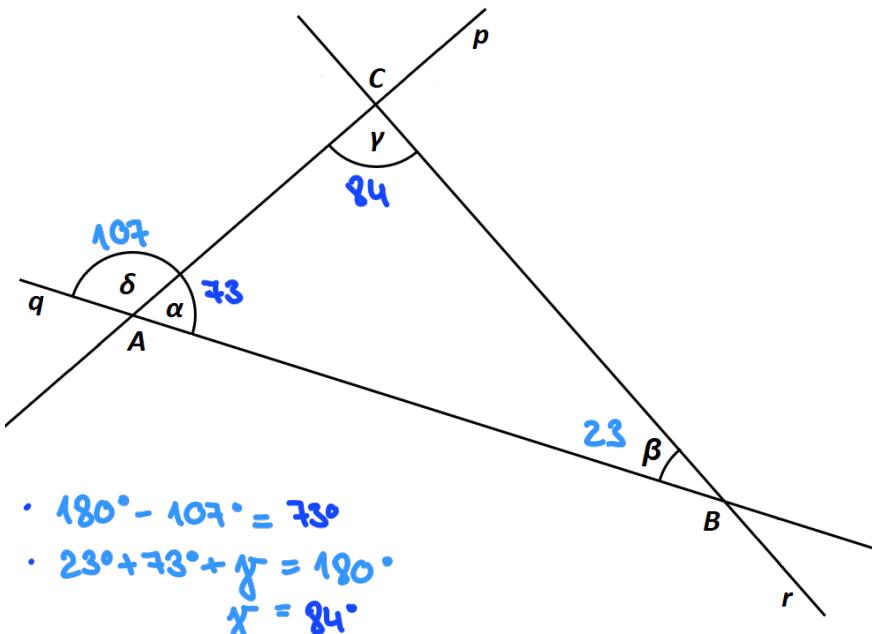
max. 3 body

- 10 Sestrojte vrcholy  $B, C, D$  obdélníku  $ABCD$ , označte je písmeny a obdélník naryšujte.

V záznamovém archu obtáhněte celou konstrukci **propisovací tužkou** (všechny čáry, kružnice nebo jejich části i písmena).

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 11

V rovině leží přímky  $p$ ,  $q$  a  $r$ , jejichž průsečíky tvoří vrcholy trojúhelníku  $ABC$ .  
 Jsou dány úhly  $\beta = 23^\circ$  a  $\delta = 107^\circ$ .



2 body

### 11 Jaká je velikost rozdílu úhlů $\gamma - \alpha$ ?

Velikosti úhlů neměřte, ale vypočítejte (obrázek je ilustrační).

- A)  $10^\circ$
- B)  $11^\circ$
- C)  $12^\circ$
- D)  $13^\circ$
- E) jiná velikost

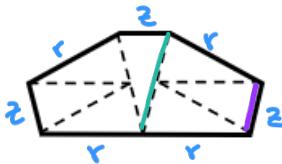
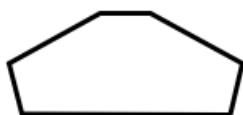
$$\begin{aligned}
 x &= \gamma - \alpha \\
 x &= 84^\circ - 73^\circ \\
 x &= \underline{\underline{11^\circ}}
 \end{aligned}$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 12

Obrazec je možné rozštíhat na 7 shodných rovnoramenných trojúhelníků.

Obvod jednoho takového trojúhelníku je 30 cm.

$$2 \cdot z = r$$



2 body

12 Jaký je obvod obrazce?

- A) 55 cm
- B) 60 cm
- C) 66 cm
- D) 72 cm
- E) 90 cm

$$2 \text{ ramena} + 1 \text{ základna} = 30 \text{ cm}$$

$$4z + 1z = 30$$

$$5z = 30$$

$$z = 6 \text{ cm}$$

$$r = 2z$$

$$r = 2 \cdot 6$$

$$r = 12 \text{ cm}$$

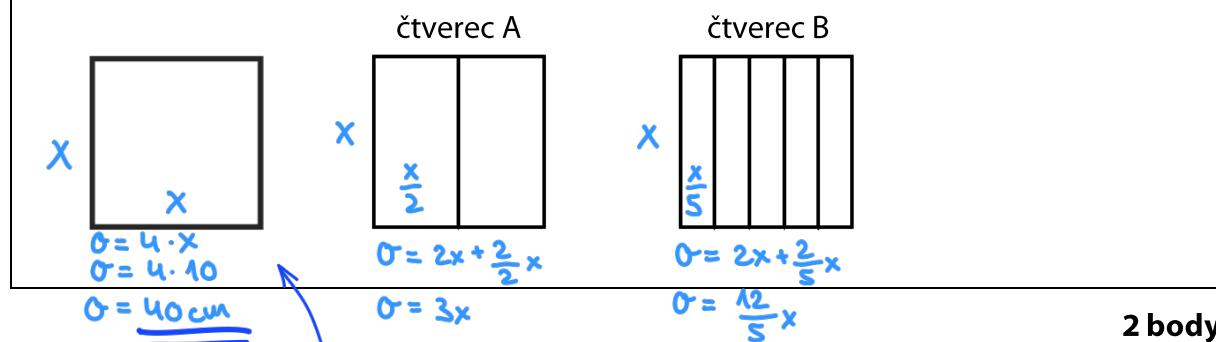
$$O = 4r + 3z$$

$$O = 4 \cdot 12 + 3 \cdot 6$$

$$\underline{\underline{O = 66 \text{ cm}}}$$

## VÝCHOZÍ TEXT A OBRÁZEK K ÚLOZE 13

Máme shodné čtverce A a B. Čtverec A je rozdělen na dva shodné obdélníky, čtverec B na pět shodných obdélníků. Obvod jednoho ze dvou obdélníků ve čtverci A je o 6 cm větší než obvod jednoho z pěti obdélníků ve čtverci B.



2 body

13 Jaký je obvod jednoho ze čtverců A nebo B?

- A) 40 cm
- B) 72 cm
- C) 80 cm
- D) 96 cm
- E) 128 cm

$$3x > \frac{12}{5}x$$

$$3x - \frac{12}{5}x = 6$$

$$\frac{15}{5}x - \frac{12}{5}x = 6$$

$$\frac{3}{5}x = 6$$

$$x = 10 \text{ cm}$$

- 14 Vynásobíme-li neznámé číslo dvěma a odečteme-li od výsledku 135, získáme polovinu hodnoty neznámého čísla.

Jaká je hodnota neznámého čísla?

- A) 270
- B) 170
- C) 135
- D) 90
- E) jiný výsledek

$$\begin{aligned}2x - 135 &= \frac{x}{2} \\ \frac{3}{2}x &= 135 \\ x &= \underline{\underline{90}}\end{aligned}$$

- 15 Půdorys domu má tvar obdélníku. Šířka domu je 10 metrů. V plánu je tato šířka vyznačena úsečkou o délce 10 cm. Délka domu je v plánu zakreslena jako úsečka o délce 2 dm.

Rozhodněte o každém z následujících tvrzení (15.1–15.3), zda je pravdivé (A), či nikoli (N).

15.1 Měřítko plánu je 1 : 1 000.

A  N

15.2 Skutečná délka domu je 20 m.

A  N

15.3 Obsah obdélníku na plánu a obsah půdorysu domu jsou v poměru 1 : 100.

A  N

Plán



10cm

$$2dm = 20cm$$

Skutečnost



10m

$$2000\text{ cm} = 20\text{ m}$$

15.3

$$\begin{aligned}S &= 10 \cdot 20 \\ S &= 200\text{ cm}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}S &= 10 \cdot 20 \\ S &= 200\text{ m}^2 \\ &\hookrightarrow 200000\text{ cm}^2\end{aligned}$$

15.1

$$\begin{aligned}10\text{ cm} &: 10\text{ m} \\ 10\text{ cm} &: 1000\text{ cm} \quad | :10 \\ 1 &: 100\end{aligned}$$

15.2

$$\begin{aligned}1:100 & \\ 1\text{ cm} &: 100\text{ cm} \quad | \cdot 20 \\ 20\text{ cm} &: 2000\text{ cm}\end{aligned}$$

$$200 : 2000000 \quad | :200$$

$$\underline{\underline{1:10000}}$$

## 16 Přiřaďte ke každé úloze (16.1–16.3) odpovídající výsledek (A–F).

- 16.1 Pan Novák si vypůjčil 20 000 Kč na jeden rok. Po roce vrátí věřiteli vypůjčenou částku, a navíc mu zaplatí úrok ve výši 13,5 % z vypůjčené částky.

**Kolik korun celkem věřiteli vrátí?**

A

- 16.2 Paní Dlouhá na začátku roku vložila do banky 1 000 000 Kč s roční úrokovou sazbou 2,5 %. Výnosy z úroků jsou zdaněny srážkovou daní.

**Kolik korun získá paní Dlouhá navíc ke svému vkladu za jeden rok, bude-li jí odečtena daň z úroků 15 %?**

C

- 16.3 Kolo v obchodě stalo 20 000 Kč. Nejdříve bylo zlevněno o 10 % z původní ceny, po měsíci bylo zdraženo o 10 % z nové ceny.

**Jaká byla výsledná cena kola po zlevnění i zdražení?**

E

- A) 22 700 Kč  
B) 21 350 Kč  
C) 21 250 Kč  
D) 20 000 Kč  
E) 19 800 Kč  
F) jiný výsledek

**16.1**

Půjčka ... 20 000 Kč ... 100%.  
úrok ... y Kč ... 135%.

$$\begin{array}{ccc} \uparrow & 20 000 & 100\% \\ \uparrow & y & 135\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y = 20 000 \cdot \frac{135}{100} \\ y = 2700 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = \text{půjčka} + \text{úrok} \\ x = 20 000 + 2700 \\ x = \underline{\underline{22 700}} \end{array}$$

**16.2**

$$\begin{array}{ccc} \text{vklad} & \dots \uparrow 1000 000 Kč & \dots 100\% \\ \text{úrok} & \dots \uparrow y Kč & \dots 2,5\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y = 1000 000 \cdot \frac{2,5}{100} \\ y = 25 000 Kč \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x = \text{úrok} - \text{daň} (15\%) \\ x = 25 000 \cdot 0,85 \\ x = \underline{\underline{21 250}} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{kolo} & \dots \uparrow 20 000 Kč & \dots 100\% \\ \text{po zlevě} & \dots \uparrow y & \dots 90\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} y = 20 000 \cdot \frac{90}{100} \\ y = 18 000 Kč \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} \text{po zlevě} & \dots \uparrow 18 000 Kč & \dots 100\% \\ \text{po zdražení} & \dots x & \dots 110\% \end{array}$$

$$\begin{array}{c} x = 18 000 \cdot \frac{110}{100} \\ x = \underline{\underline{19 800 Kč}} \end{array}$$

